

LXXI OLIMPIADA FIZYCZNA

ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAWODÓW I STOPNIA

CZĘŚĆ II

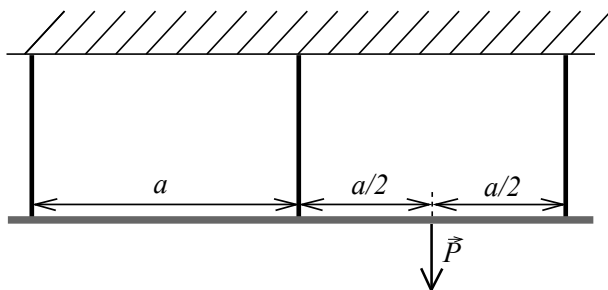
ZADANIA CZĘŚCI II (termin wysyłania rozwiązań — 19 listopada 2021 r.)

ZADANIA TEORETYCZNE

Należy przesłać rozwiązania trzech (i tylko trzech) dowolnie wybranych zadań teoretycznych. Za każde z trzech zadań można otrzymać maksimum 20 punktów.

Zadanie T1.

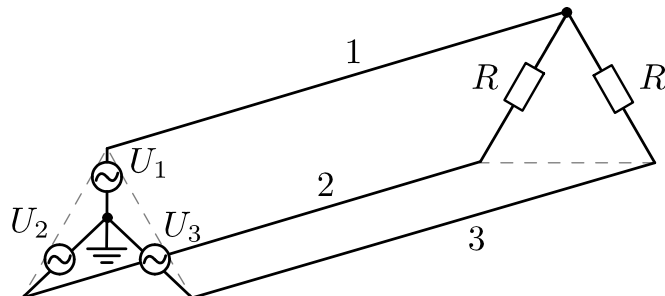
Na trzech identycznych pionowych, stalowych drutach podwieszono poziomo sztywną belkę, którą następnie obciążono pionową siłą P przyłożoną w połowie odległości między drutami 2 i 3, patrz rysunek. Jakimi siłami rozciągane są poszczególne druty?



Zaniedbaj masy drutów i belki. Druty spełniają prawo Hooke'a z pewną bardzo dużą stałą sprężystości - tzn. taką, że wprawdzie rozciągnięcie każdego drutu jest niezerowe, ale jest ono zaniedbywalnie małe w porównaniu z jego długością oraz odległością między drutami.

Zadanie T2.

Trzy prostoliniowe przewody prądu trójfazowego są do siebie równoległe, a odległość między każdymi dwoma wynosi d – patrz rysunek.



Długość każdego z przewodów jest znacznie większa od d , a ich opór jest zanedbywalny. Napięcie U_k między przewodem k ($k = 1, 2, 3$) a przewodem zerowym (ziemią) zależy od czasu t zgodnie ze wzorem

$$U_k = U_0 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}(k-1)\right),$$

gdzie ω jest częstotliwością kołową, a U_0 – amplitudą zmian napięcia.

Końce przewodów 1 i 2 oraz końce przewodów 1 i 3 są połączone opornikami o oporze R każdy.

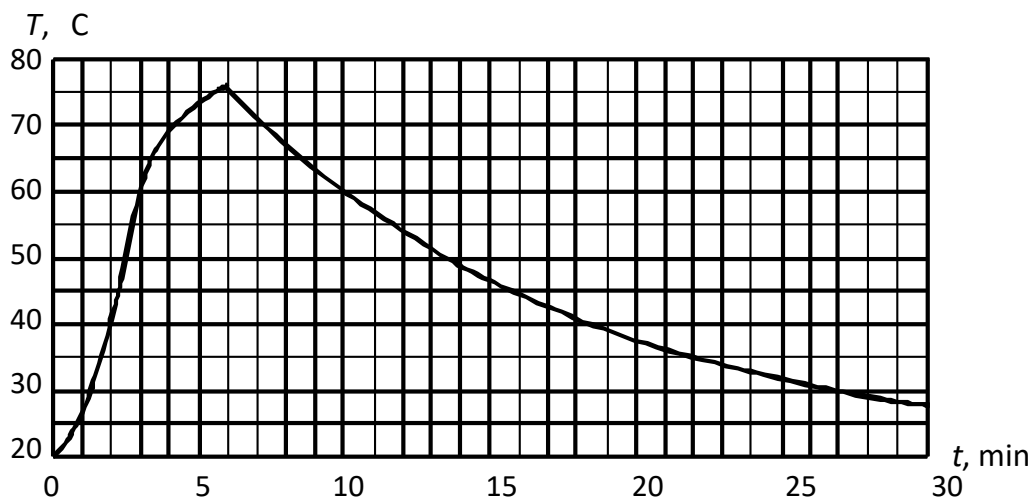
Wyznacz wartość, kierunek i zwrot średniej siły elektrodynamicznej działającej na jednostkę długości przewodu 1. Pomiń średnice przewodów w porównaniu z odległością między nimi.

Zadanie T3.

Zagrzano wodę w czajniku elektrycznym, po czym wyłączono grzanie i woda zaczęła stygnąć.

Masa wody wynosiła $m = 1,4$ kg, a temperatura otoczenia $T_0 = 20$ °C. Moc grzałki czajnika nie była stała.

Na podstawie poniższego wykresu zależności temperatury wody od czasu oblicz ciepło Q dostarczone przez grzałkę podczas podgrzewania wody.



Uwaga

Pomiń pojemność cieplną samego czajnika (oraz grzałki) i parowanie wody (czajnik jest zamknięty) i przyjmij, że moc tracona (zużywana na ogrzewanie otoczenia) jest proporcjonalna do różnicy aktualnej temperatury wody i temperatury otoczenia.

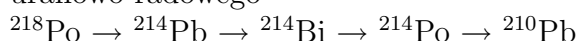
Ciepło właściwe wody wynosi $c = 4200 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

Zadanie T4 - numeryczne.

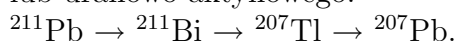
Sherlock H. dostał od przyjaciela słoik z N_0 atomami pewnego izotopu promieniotwórczego.

Wiedział, że ten izotop to ^{218}Po albo ^{211}Pb , a procesy zachodzące w słoiku można opisać za pomocą jednego z poniższych szeregów:

uranowo-radowego



lub uranowo-aktynowego:



Sherlock zauważył, że w pewnej chwili czasu T od otrzymania słoika praktycznie wszystkie podarowane jądra już uległy rozpadowi, a w środku znajdują się 3 inne izotopy i liczba jąder każdego z nich wynosi około $N_0/3$.

Dla każdego z szeregów, dla $N_0 = 100$ przeprowadź 5 symulacji procesu (patrz uwaga 2) i przedstaw na wykresie liczbę atomów każdego z izotopów z szeregu w zależności od czasu.

Na podstawie wykonanych wykresów ustal, jaki izotop otrzymał od przyjaciela Sherlock oraz uzasadnij swój wybór. Podaj czas T i oszacuj niepewność wyniku.

Uwaga 1

Uwzględnij, że prawdopodobieństwo rozpadu jądra danego izotopu w czasie Δt jest równe $p = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\Delta t/T_{1/2}}$, gdzie $T_{1/2}$ jest czasem połowicznego rozpadu danego izotopu. Każde jądro rozpada się niezależnie od innych jąder.

Czasy połowicznego rozpadu rozważanych izotopów promieniotwórczych są następujące:

^{218}Po : 3,05 min, ^{214}Pb : 26,8 min, ^{214}Bi : 19,7 min, ^{214}Po : 0,162 ms (w kontekście zadania przyjmujemy, że rozpad zachodzi natychmiast), ^{210}Pb : 22,3 lat (w kontekście zadania przyjmujemy, że jest to izotop trwały);

^{211}Pb : 36,1 min, ^{211}Bi : 2,14 min, ^{207}Tl : 4,77 min, ^{207}Pb : $2 \cdot 10^{21}$ lat (przyjmujemy, że jest to izotop trwały).

Uwaga 2

Powyżej „symulacja procesu” oznacza, że do analizy procesu rozpadu należy użyć generatora liczb pseudolosowych; oczekujemy, że każda z pięciu symulacji będzie dawać nieco inne rezultaty; wszystkie symulacje dla danego szeregu można przedstawić na tym samym wykresie.

Uwaga 3

Rozwiązanie powinno zawierać: wzory używane w rozwiązaniu (wraz z wyprowadzeniem lub uzasadnieniem), opis zastosowanego algorytmu, opis kodu programu (lub np. arkusza kalkulacyjnego) użytego do rozwiązania oraz uzasadnienie przyjętego kroku czasowego.

Preferowane jest wykorzystanie języków programowania typu C, Python, Pascal, Java, VBA (bez korzystania z pakietów numerycznych) lub arkuszy kalkulacyjnych.

Dodatkowe wskazówki dotyczące rozwiązywania zadań numerycznych znajdziesz w treściach i rozwiązaniach zadań numerycznych z poprzednich olimpiad.

ZADANIA DOŚWIADCZALNE

Należy przesłać rozwiązania dwóch (i tylko dwóch) dowolnie wybranych zadań doświadczalnych. Za każde z zadań doświadczalnych można otrzymać maksymalnie 40 punktów.

Zadanie D1.

Siłę oporu działającą na kulę poruszającą się ze stałą prędkością w płynie można opisać między innymi następującymi modelami fizycznymi – dla małych i dużych prędkości:

1. Ruch z przepływem laminarnym. Podczas takiego ruchu siła oporu wynosi:

$$F_l = 6\pi\mu r v,$$

przy czym μ to współczynnik lepkości cieczy, r – promień kuli, a v – jej prędkość.

2. Ruch z przepływem turbulentnym. Podczas takiego ruchu siła oporu wynosi:

$$F_t = \frac{1}{2}\rho v^2 c_x S,$$

gdzie ρ jest gęstością płynu, c_x jest bezwymiarowym współczynnikiem oporu aerodynamicznego dla kształtu kulistego, a S i v to pole powierzchni przekroju oraz prędkość kuli.

Masz do dyspozycji:

- wypełnione wodą przezroczyste naczynie o średnicy co najmniej 10 cm i wysokości co najmniej 30 cm, w dolnej części mające kształt walca,
- kulki stalowe o średnicach 2 mm, 3 mm, 4 mm, 5 mm oraz 6 mm,
- kamerę wideo, na przykład kamerę internetową lub kamerę smartfonu,
- komputer z odtwarzaczem multimedialnym pozwalającym na poklatkowe oglądanie filmu lub z programem umożliwiającym śledzenie punktu, np. *Tracker*:
<http://physlets.org/tracker/>.
- linijkę,

- przedmioty służące jako statywy,
- magnes neodymowy służący do wyciągania kulek z wody.

Zbadaj, który z modeli dobrze opisuje ruch kulki w wodzie w temperaturze pokojowej podczas opadania pod wpływem ziemskiego pola grawitacyjnego. Wyznacz lepkość wody μ lub współczynnik oporu aerodynamicznego kuli c_x – zależnie od tego, który z dwóch modeli lepiej odpowiada rzeczywistości.

UWAGA: Jeśli nie możesz zdobyć samodzielnie kulek niezbędnych do wykonania doświadczenia, prześlij do 22 października na adres KGOF zaadresowaną do siebie kopertę ze znaczkami. KGOF odeśle Ci zestaw kulek.

Zadanie D2.

Masz do dyspozycji:

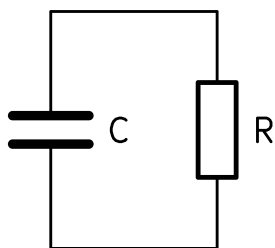
- kondensator elektrolityczny o pojemności znamionowej między $200 \mu\text{F}$ a $1000 \mu\text{F}$,
- opornik o znanym, dobranym przez Ciebie oporze znamionowym, o klasie dokładności 5%,
- lodówkę z zamrażalnikiem,
- woltomierz,
- termometr,
- stoper umożliwiający zapisanie wielu międzyczasów podczas pomiaru (na przykład aplikacja w telefonie),
- baterię o napięciu nominalnym 9 V,
- przewody umożliwiające zestawienie obwodu elektrycznego (na przykład przez lutowanie lub łączenie elementów zaciskami krokodylkowymi),
- izolacyjną taśmę klejącą.

Wyznacz pojemność badanego kondensatora w wybranej temperaturze z zakresu -30°C do -10°C oraz w wybranej temperaturze z zakresu 20°C do 25°C . Podaj wartości temperatur, w których wykonane były pomiary oraz pojemność znamionową użytego kondensatora.

WSKAZÓWKA: W obwodzie RC (patrz: rysunek) napięcie U mierzone na kondensatorze o pojemności C maleje wykładniczo z czasem t według wzoru:

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}},$$

gdzie U_0 oznacza napięcie na kondensatorze w chwili $t = 0$, a R oznacza opór opornika. Liczba e jest podstawą logarytmu naturalnego.



UWAGA 1: Kondensator elektrolityczny ma wyróżniony biegun ujemny i dodatni. Nie podłączaj do kondensatora napięcia o przeciwnej polaryzacji. Upewnij się, że dopuszczalne napięcie pracy kondensatora jest nie mniejsze, niż napięcie zasilania.

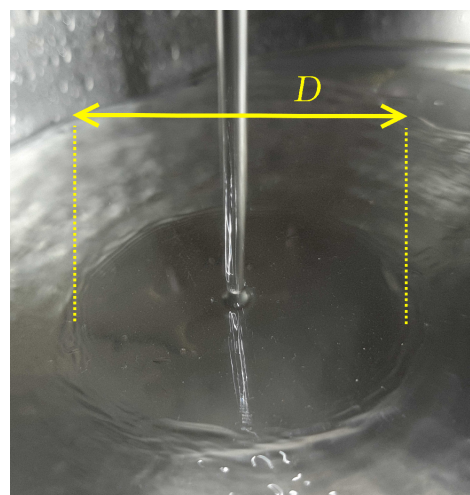
UWAGA 2: Jeśli nie możesz zdobyć samodzielnie kondensatora elektrolitycznego lub opornika, prześlij do 22 października na adres KGOF zaadresowaną do siebie kopertę ze znaczkami. KGOF odeśle Ci kondensator oraz kilka różnych oporników.

Zadanie D3.

Odskok hydrauliczny to zjawisko polegające na nagłej zmianie charakteru przepływu cieczy płynącej po płaskiej powierzchni (patrz: zdjęcie wody wypływającej z kranu).

Masz do dyspozycji:

- źródło bieżącej wody o regulowanym przepływie,
- przedmiot o płaskiej powierzchni, o średnicy co najmniej 20 cm, z którego z wszystkich stron może swobodnie spływać woda (na przykład odwrócona do góry dnem brytfanka),
- linijkę,
- stoper,
- naczynie o znanej objętości, na przykład szklanę.



Zbadaj, jak zależy średnica D okręgu, na którym następuje zmiana charakteru ruchu cieczy (patrz: zdjęcie) od całkowitego przepływu cieczy Q (wyrażonego w dm^3/s). Zakładając, że średnica D zależy od Q i pewnych stałych $Q_0 = 1 \text{ dm}^3/\text{s}$ i D_0 w sposób opisany równaniem

$$D = D_0 \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^\alpha,$$

wyznacz wykładnik α .

UWAGA: Pomiary wykonaj dla stałej wysokości spadku większej niż 20 cm przy przepływie

$Q < 0,05 \text{ dm}^3/\text{s}$. Te warunki zapewnią w przybliżeniu stałą prędkość uderzenia strugi cieczy o podłoże.

ROZWIĄZANIA

Rozwiązanie zadania T1

Oznaczmy kolejne druty od lewej strony numerami 1,2,3.

Zauważmy, że ponieważ rozciągnięcie każdego drutu jest zaniedbywalnie małe w porównaniu z jego długością oraz odległością między drutami, możemy przyjąć, że druty pozostają pionowe. Ponieważ układ jest w równowadze, wypadkowa siła i wypadkowy moment sił działające na belkę są równe zeru. Siły rozciągające druty F_i są równe co do wartości siłom, z jakimi poszczególne druty działają na belkę. Zatem warunek równowagi środka masy belki ma postać

$$F_1 + F_2 + F_3 = P. \quad (1)$$

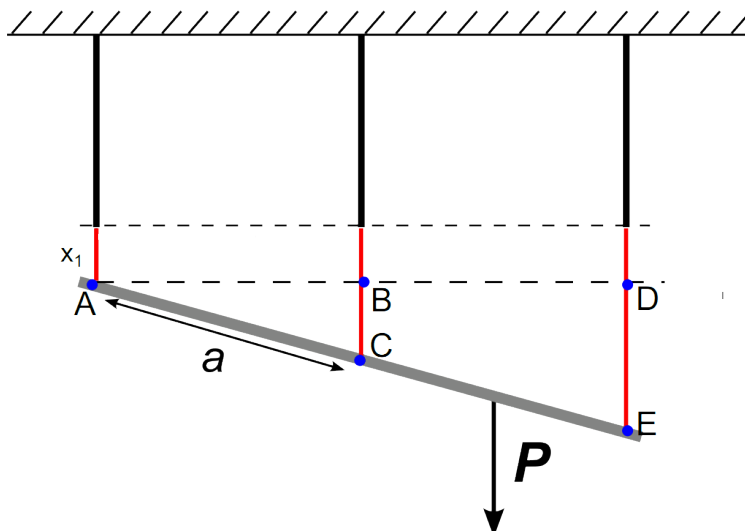
Licząc momenty sił względem punktu przyłożenia siły \vec{P} , mamy następujący bilans

$$\frac{3}{2}aF_1 + \frac{1}{2}aF_2 = \frac{1}{2}aF_3. \quad (2)$$

Układ równań (1) i (2) nie wystarcza do uzyskania jednoznacznego rozwiązania. Taki układ w mechanice nazywamy układem statycznie niewyznaczalnym. Dodatkowe równanie otrzymujemy uwzględniając rozciąganie drutów. Oznaczając wydłużenie drutu i przez x_i , z prawa Hooke'a otrzymamy

$$F_i = kx_i.$$

Zatem każdy z drutów wydłuży się proporcjonalnie do siły go rozciągającej, a ponieważ druty są identyczne, stałe proporcjonalności są identyczne. Ponieważ belka jest sztywna, punkty A, C, E, w których druty są przymocowane do belki, leżą na jednej prostej - patrz rysunek (oczywiście w celu lepszej ilustracji, na rysunku nie jest spełniony warunek, że wydłużenia drutów są znacznie mniejsze od ich długości oraz odstępów między nimi).



Na podstawie rysunku możemy napisać następującą relację

$$\frac{|BC|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|AE|} = \frac{a}{2a}.$$

Ale $|BC| = x_2 - x_1$, zaś $|AC| = x_3 - x_1$, a zatem otrzymujemy związek

$$x_3 + x_1 = 2x_2, \quad (3)$$

czyli dla sił

$$F_3 + F_1 = 2F_2. \quad (4)$$

Łącząc to równanie z bilansem sił i momentów sił, otrzymujemy

$$F_1 = \frac{P}{12}, \quad F_2 = \frac{P}{3}, \quad F_3 = \frac{7P}{12}. \quad (5)$$

Punktacja zadania T1.

Warunek równowagi sił działających na belkę (wzór (1) lub równoważny) 2 pkt.

Warunek równowagi momentów sił działających na belkę (wzór (2) lub równoważny) 2 pkt.

Związek między siłami rozciągającymi, wyprowadzony z prawa Hooke'a i sztywności belki (wzór (4) lub równoważny) 3 pkt.

Wynik końcowy (wzory (5)) 3 pkt.

Rozwiązanie zadania T2

Przez opornik między przewodami 1 i 2 płynie prąd o natężeniu

$$I_{12} = \frac{U_1 - U_2}{R} = \frac{U_0}{R} \left(\cos(\omega t) - \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \right) = \quad (6)$$

$$= \frac{U_0}{R} 2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right). \quad (7)$$

Przez opornik między przewodami 1 i 3 płynie prąd o natężeniu

$$I_{13} = \frac{U_1 - U_3}{R} = \frac{U_0}{R} \left(\cos(\omega t) - \cos\left(\omega t + 2\frac{2\pi}{3}\right) \right) = \quad (8)$$

$$= \frac{U_0}{R} 2 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{U_0}{R} 2 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right). \quad (9)$$

Zatem natężenie prądu płynącego przez przewody jest równe

$$I_1 = I_{12} + I_{13} = \sqrt{3} \frac{U_0}{R} \left(\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \right) = 2\sqrt{3} \frac{U_0}{R} \sin \frac{\pi}{3} \cos \omega t = 3 \frac{U_0}{R} \cos \omega t, \quad (10)$$

$$I_2 = -I_{12} = -\sqrt{3} \frac{U_0}{R} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right), \quad (11)$$

$$I_3 = -I_{13} = \sqrt{3} \frac{U_0}{R} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right), \quad (12)$$

gdzie wykorzystaliśmy fakt, że między przewodami 2 i 3 nie ma opornika, czyli nie płynie między nimi prąd, oraz to, że $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Siła elektrodynamiczna działająca na jednostkę długości przewodu 1 jest równa

$$\vec{f}_1 = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} \vec{e}_{12} + \mu_0 \frac{I_1 I_3}{2\pi d} \vec{e}_{13}, \quad (13)$$

gdzie \vec{e}_{km} ($k, m = 1, 2, 3$) to wektor jednostkowy (wersor) od przewodu k do przewodu m .

Średnie wartości iloczynów natężeń prądów $I_i I_j$ (uśrednianie po długim przedziale czasu oznaczamy tu nawiasami kątowymi $\langle \rangle$) są równe

$$\langle I_1 I_2 \rangle = \left\langle -3 \frac{U_0}{R} \cos \omega t \cdot \sqrt{3} \frac{U_0}{R} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \right\rangle = \quad (14)$$

$$= -\frac{3\sqrt{3} U_0^2}{2 R^2} \left\langle \sin \frac{\pi}{3} + \sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \right\rangle = -\frac{9 U_0^2}{4 R^2}. \quad (15)$$

$$\langle I_1 I_3 \rangle = \left\langle 3 \frac{U_0}{R} \cos \omega t \cdot \sqrt{3} \frac{U_0}{R} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \right\rangle = \quad (16)$$

$$= \frac{3\sqrt{3} U_0^2}{2 R^2} \left\langle -\sin \frac{\pi}{3} + \sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \right\rangle = -\frac{9 U_0^2}{4 R^2}. \quad (17)$$

Powyżej wykorzystaliśmy fakt, że średnia z sinusa po długim (w porównaniu do $2\pi/\omega$) przedziale zmienności jego argumentu jest praktycznie równa zero, a średnia ze stałej jest równa tej stałej.

Zatem średnia siła na jednostkę długości przewodu 1 jest równa

$$\langle \vec{f}_1 \rangle = 3 \frac{\mu_0 U_0^2}{2\pi R^2 d} \left(-\frac{3}{4} \vec{e}_{12} - \frac{3}{4} \vec{e}_{13} \right) = -\frac{9\sqrt{3}}{4} \frac{\mu_0 U_0^2}{2\pi R^2 d} \vec{e}_x, \quad (18)$$

gdzie $\vec{e}_x = (\vec{e}_{12} + \vec{e}_{13}) / |\vec{e}_{12} + \vec{e}_{13}| = (\vec{e}_{12} + \vec{e}_{13}) / \sqrt{3}$.

Powyższe wyrażenie oznacza, że szukana siła ma wartość $\frac{9\sqrt{3}}{4} \frac{\mu_0 U_0^2}{2\pi R^2 d}$, jest skierowana prostopadle do przewodu 1 oraz prostopadle do płaszczyzny wyznaczonej przez przewody 2 i 3, a zwrot jest „od” przewodów 2 i 3 (tzn. przewody 2 i 3 odpychają przewód 1).

Punktacja zadania T2.

Natężenie prądu płynącego przez opornik między przewodami 1 i 2 (wzór (6)) 1 pkt.
 Natężenie prądu płynącego przez opornik między przewodami 1 i 3 (wzór (8)) 1 pkt.
 Natężenie prądu płynącego przez przewód 1 (wzór (10) – wystarczy zauważenie, że $I_1 = I_{12} + I_{13}$) 1 pkt.
 Natężenie prądu płynącego przez przewód 2 (wzór (11) – wystarczy zauważenie, że $I_2 = -I_{12}$) 1 pkt.
 Natężenie prądu płynącego przez przewód 3 (wzór (11) – wystarczy zauważenie, że $I_3 = -I_{13}$) 1 pkt.
 Ogólny wzór na siłę działającą na jednostkę długości przewodu 1 (wzór (13) lub równoważny) 2 pkt.
 Średnia siła elektrodynamiczna działająca na jednostkę długości przewodu 1 (wzór (18) lub równoważny) 3 pkt,
 w tym za wartość 2 pkt, za zwrot i kierunek 1 pkt.

Rozwiązanie zadania T3

Przyrost energii wewnętrznej wody jest równy $mc\Delta T$; odczytujemy z wykresu przyrost temperatury $\Delta T = 56$ K i mnożymy przez mc . Otrzymujemy

$$Q_1 = mc\Delta T = 329 \text{ kJ.} \quad (19)$$

Ciepło dostarczone przez grzejnik jest większe od powyższego z powodu odpływu ciepła Q_2 do otoczenia podczas grzania. Moc tracona P jest proporcjonalna do różnicy temperatur między czajnikiem a otoczeniem, zatem

$$Q_2 = \sum P\Delta t = \sum \alpha(T - T_0)\Delta t = \alpha \sum (T - T_0)\Delta t, \quad (20)$$

gdzie α jest stałą proporcjonalności. Suma w tym wzorze jest polem między wykresem a linią poziomą $T = T_0$ w zakresie odpowiadającym działaniu grzejnika, czyli od $t = 0$ do $t = 6$ min. Dzieląc ten obszar na prostokąty lub trapezy obliczamy

$$\sum (T - T_0)\Delta t \approx 200 \text{ K} \cdot \text{min} = 12000 \text{ K} \cdot \text{s.} \quad (21)$$

Aby wyznaczyć stałą α , należy zbadać szybkość stygnięcia po wyłączeniu grzejnika. Współczynnik nachylenia prostej stycznej do wykresu w danym punkcie jest chwilową szybkością stygnięcia wyrażoną w K/min. Na przykład, styczna do wykresu w punkcie $T = 60$ °C ma współczynnik nachylenia $\Delta T/\Delta t \approx 3,2$ K/min, a w punkcie $T = 40$ °C – $\Delta T/\Delta t \approx 1,7$ K/min. (Najbardziej dokładną wartość współczynnika nachylenia uzyskamy rysując prostą styczną do wykresu i odczytując jak największe przyrosty Δt i ΔT .) Ilorazy $\Delta T/(T - T_0)\Delta t$ mają więc zbliżone wartości równe ok. $0,083 \text{ min}^{-1} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, co potwierdza założenie o proporcjonalności P do różnicy temperatur. (Można też zbadać, w jakim przedziale czasu $T - T_0$ spada $e = 2,718$ razy.) Współczynnik α jest opisany wzorem

$$\alpha = \frac{mc\Delta T}{(T - T_0)\Delta t} \quad (22)$$

Obliczamy $\alpha \approx 8,2 \text{ W/K}$, stąd $Q_2 \approx 98 \text{ kJ}$. Uwzględniając $Q = Q_1 + Q_2$ otrzymamy

$$Q \approx 430 \text{ kJ}. \quad (23)$$

Punktacja zadania T3.

Przyrost energii wewnętrznej wody (wzór (19) lub równoważny) 2 pkt,
w tym wynik liczbowy 1 pkt.

Zauważenie, że ciepło dostarczone przez grzejnik jest większe z powodu odpływu ciepła do otoczenia oraz wzór na ciepło, które odpłynęło do otoczenia (wzór (20) lub równoważny) 3 pkt.

Wyznaczenie pola między wykresem a linią poziomą $T = T_0$ w zakresie odpowiadającym działaniu grzejnika (wzór (21) lub równoważny) 2 pkt,
w tym 1 pkt za sposób wyznaczenia tego pola i 1 pkt za wynik liczbowy.

Przedstawienie sposobu wyznaczenia stałej α 1 pkt.

Wartość liczbową α ($\approx 8,2 \text{ W/K}$) 1 pkt.

Szukane ciepło dostarczone (wzór (23)) 1 pkt.

Rozwiązanie zadania T4 (numerycznego)

Stan układu w danej chwili t możemy przedstawić za pomocą tabeli, w której i oznacza numer atomu (od 1 do 100)

i	1	2	3	3	...	98	99	100
	$A_1(t)$	$A_2(t)$	$A_3(t)$	$A_4(t)$	$A_{\dots}(t)$	$A_{98}(t)$	$A_{99}(t)$	$A_{100}(t)$

przy czym $A_i(t)$ odpowiada izotopowi, z którym w chwili t mamy do czynienia w przypadku atomu i .

Zamiast używać nazw izotopów, wygodniej będzie używać ich numerów w danym szeregu promieniotwórczym, zgodnie z poniższą tabelką

numer izotopu w szeregu	1	2	3	4
szereg uranowo-radowy	^{218}Po	^{214}Pb	^{214}Bi	^{210}Pb
szereg uranowo-aktynowy	^{211}Pb	^{211}Bi	^{207}Tl	^{207}Pb

Np. w przypadku szeregu uranowo-radowego $A_i = 1$ oznacza ^{218}Po , natomiast $A_i = 2$ oznacza ^{214}Pb . Pominęliśmy tu ^{214}Po , gdyż zgodnie z treścią zadania można przyjąć, że ten izotop rozpada się natychmiast, a więc w praktyce ^{214}Bi rozpada się na ^{210}Pb .

Podobnie czasy połowicznego zaniku izotopów w danym szeregu będziemy oznaczali przez $T[\dots]$, np. w przypadku szeregu uranowo-radowego $T[1]$ to czas połowicznego zaniku ^{218}Po .

Symulację można przeprowadzić następująco:

Wybieramy maksymalny czas t_{\max} , do którego badamy układ. Rozważamy chwile t_j , przy czym $t_0 = 0$, $t_{j+1} = t_j + \Delta t$, $t_j \leq t_{\max}$. Odstęp czasu Δt powinien być wiele razy mniejszy od najkrótszego z rozpatrywanych czasów połowicznego zaniku; nie uwzględniamy tu rozpadów uznanych za natychmiastowe.

1. W chwili t_0 mamy do czynienia tylko z pierwotnym izotopem, czyli $A_i(t_0) = 1$ dla wszystkich i .

2. Jeśli znamy stan atomu i w chwili t_j , to stan w chwili t_{j+1} ustalimy następująco:

a) jeśli $A_i(t_j)$ jest maksymalną wartością odpowiadającą danemu szeregowi (po pominięciu ^{214}Po , w przypadku obu szeregów oznacza to $A_i(t_j) = 4$; np. dla szeregu uranowo-aktynowego jest to trwały – w kontekście tego zadania – izotop ^{207}Pb),
to $A_i(t_{j+1}) = A_i(t_j)$.

b) w przeciwnym przypadku losujemy liczbę x z przedziału $[0, 1]$ (rozkład prawdopodobieństwa powinien być tu jednorodny). Jeśli

$$x < 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\Delta t/T[A_i(t_j)]},$$

to $A_i(t_{j+1}) = A_i(t_j) + 1$, czyli przyjmujemy że rozpad nastąpił. W przeciwnym przypadku $A_i(t_{j+1}) = A_i(t_j)$ (przyjmujemy, że rozpad nie nastąpił).

Powyższą procedurę powtarzamy dla wszystkich i , czyli wszystkich atomów.

Ponieważ interesuje nas sumaryczna liczba izotopów danego typu, gdy już znamy wszystkie $A_i(t_{j+1})$, wyznaczamy liczbę izotopów danego typu w rozpatrywanej próbce. Odpowiednie wartości oznaczmy przez $N[1](t_{j+1})$, $N[2](t_{j+1})$ itd., tzn. np. dla szeregu uranowo-aktynowego $N[2](t_{j+1})$ oznacza liczbę atomów, które są izotopem ^{211}Bi w chwili t_{j+1} . (Zauważmy, że zachodzi $N[1](0) = 100$, $N[2](0) = 0$, $N[3](0) = 0$... bo w chwili początkowej mamy do czynienia tylko z wyjściowym izotopem; oczekujemy również, że dla dużych czasów t będzie zachodzić $N[1](t) = 0$, $N[2](t) = 0$, $N[3](t) = 0$, $N[4](t) = 100$.)

3. Procedurę 2 powtarzamy dla wszystkich chwil t_j od $t_0 = 0$ aż do $t_j = t_{\max}$.

Maksymalny czas t_{\max} przyjmujemy arbitralnie jako równy 200 minut, jako to wielokrotność najdłuższego z czasów rozpadu spośród czasów krótszych niż 22,3 lata.

Ważny jest wybór odpowiedniej wartości Δt . Ponieważ istotne w naszym zagadnieniu czasy połowicznego rozpadu są rzędu minut, przyjmujemy, że $\Delta t = 0,1$ min jest dobrą wartością kroku czasowego. Niestety nie możemy zastosować to zwykle stosowanej w tego typu zadaniach procedury polegającej na dwukrotnym zmniejszeniu kroku czasowego a następnie, sprawdzeniu, czy wyniki w tym nowym przypadku są (w granicach założonej dokładności) zgodne z poprzednimi - ze względu na losowy charakter symulacji, w każdym przypadku oczekujemy innych wyników.

Opis implementacji algorytmu przy użyciu arkusza kalkulacyjnego.

Użycie arkusza kalkulacyjnego jest bardzo naturalne w rozpatrywanej sytuacji: kolejne kolumny odpowiadają kolejnemu numerowi atomu, kolejne wiersze to odpowiednie chwile czasu, a zawartość komórki to rodzaj izotopu.

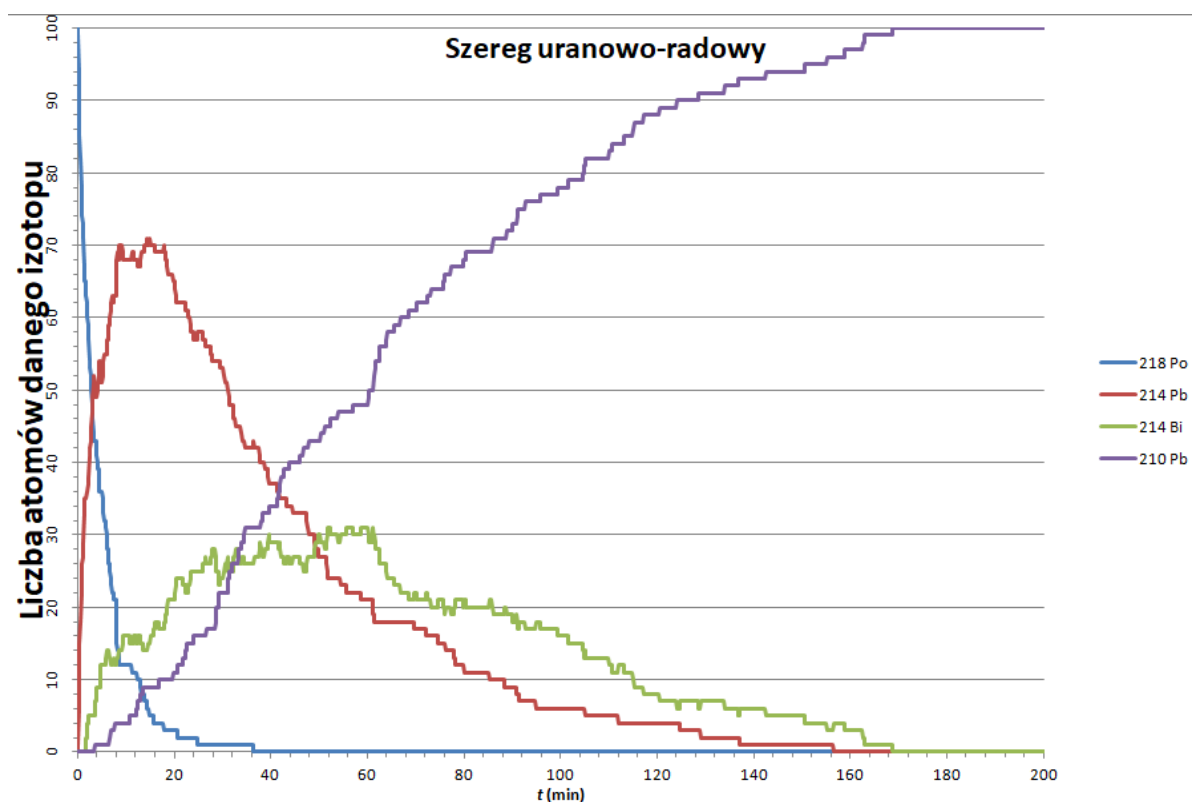
Wiersz odpowiadający chwili zero zawiera tylko wyjściowy izotop, w następnych wierszach znajdują się formuły odpowiadające przedstawionym powyżej obliczeniom. Do generacji liczb losowych użyto tu funkcji `LOS()` (występującej w polskiej wersji programu Excel), zwracającej liczbę pseudolosową z przedziału $[0, 1]$. Dodatkowo, zgodnie z przedstawionym powyżej opisem symulacji, dla każdego wiersza wyznaczono liczbę izotopów danego typu. Te liczby przedstawiono na wykresie w funkcji czasu.

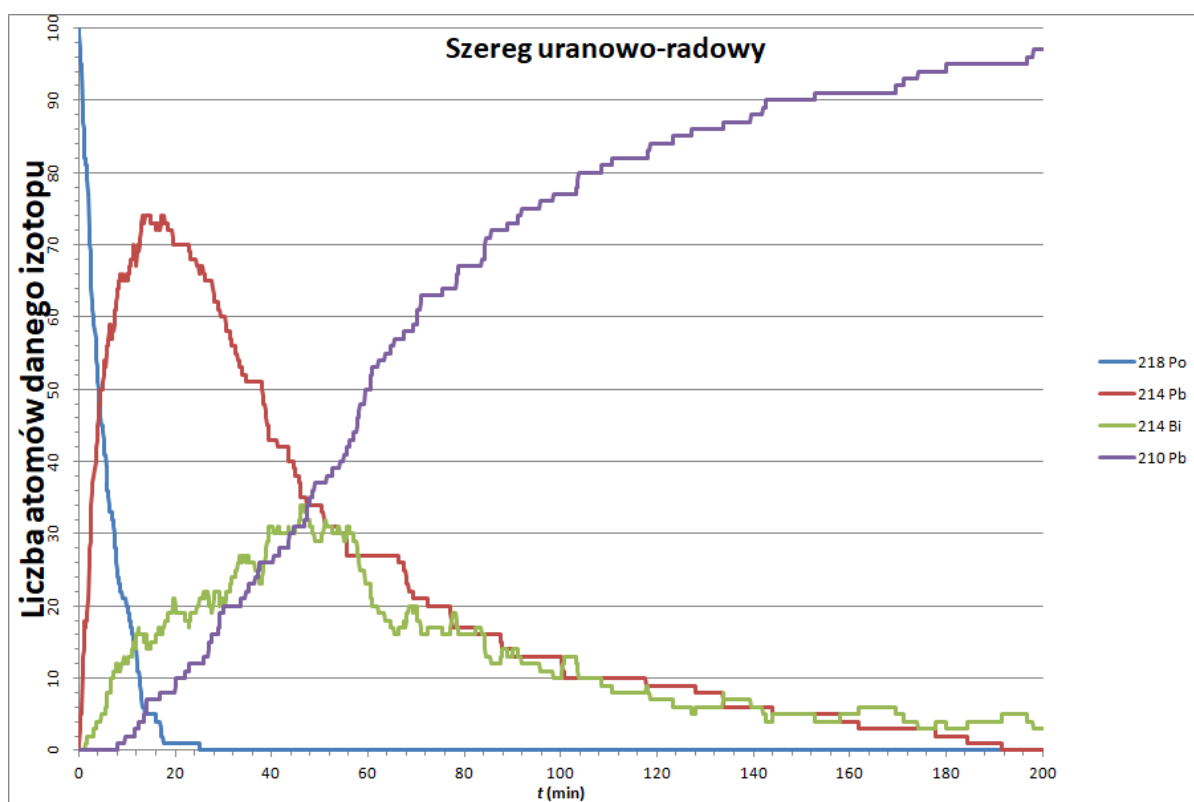
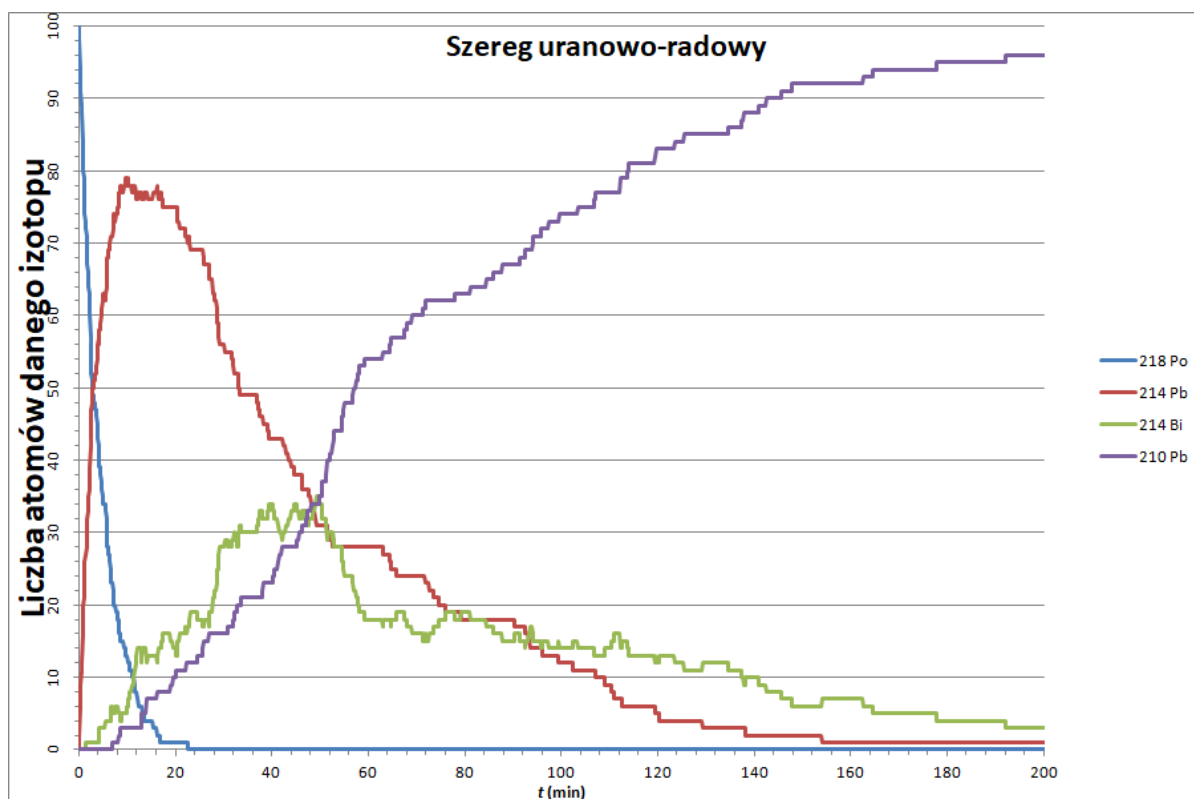
W programie Excel, aby przeprowadzić nowe losowania i wygenerować nowe dane, wystarczy wcisnąć klawisz F9.

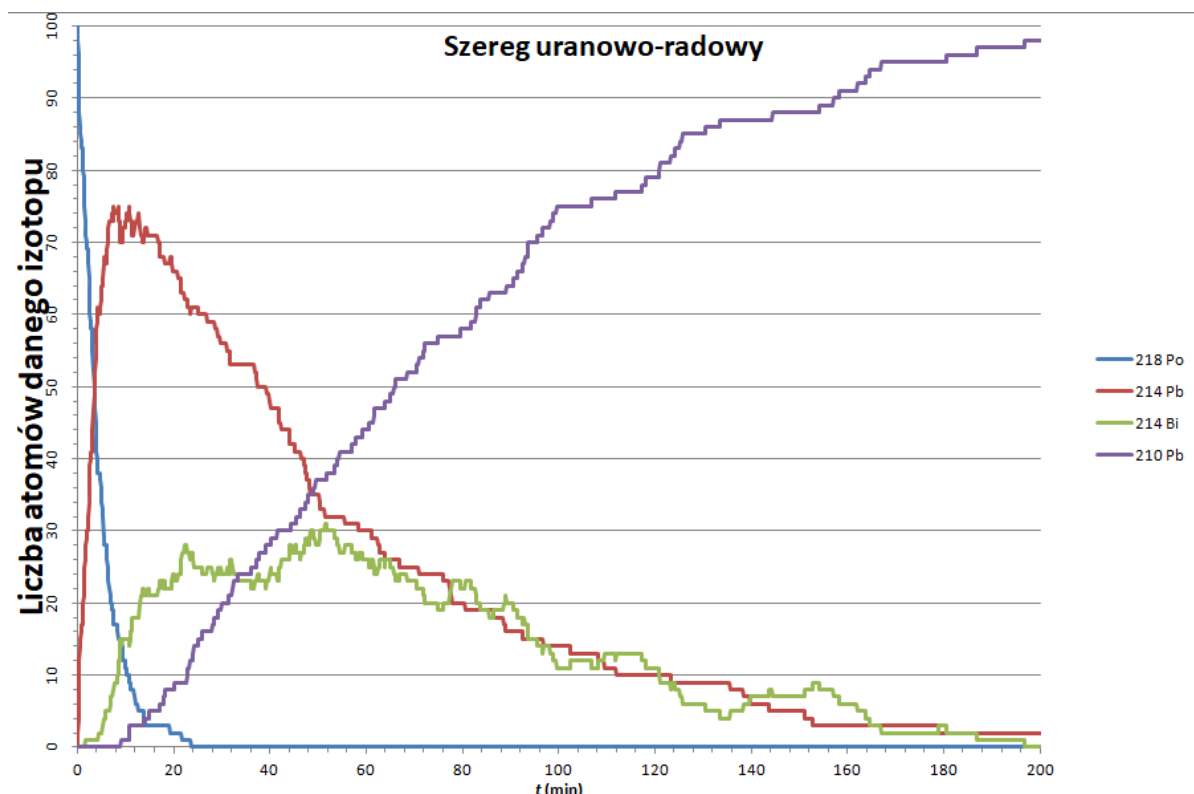
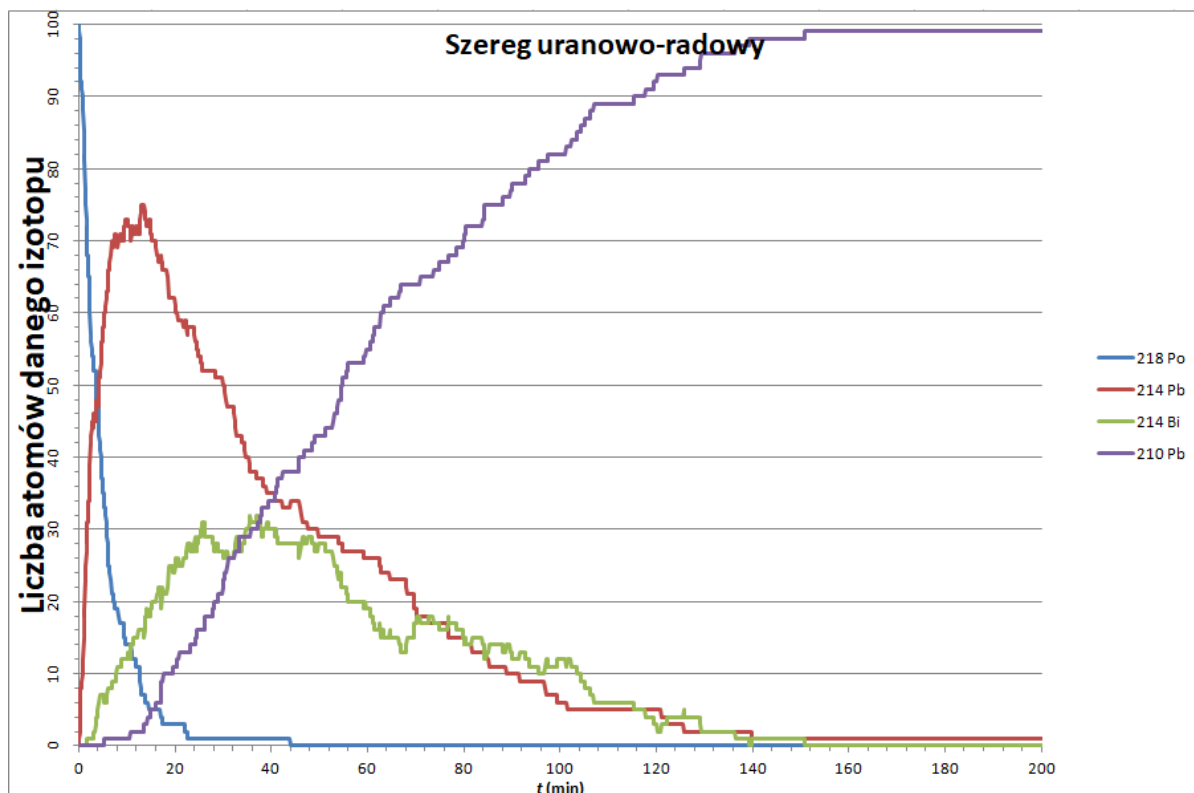
Skoroszyt ([dostępny na stronie internetowej KGOF](#)) zawiera dwa arkusze, po jednym dla każdego z szeregów.

Wykresy odpowiadające 5 symulacjom dla każdego z szeregów przedstawione są poniżej.

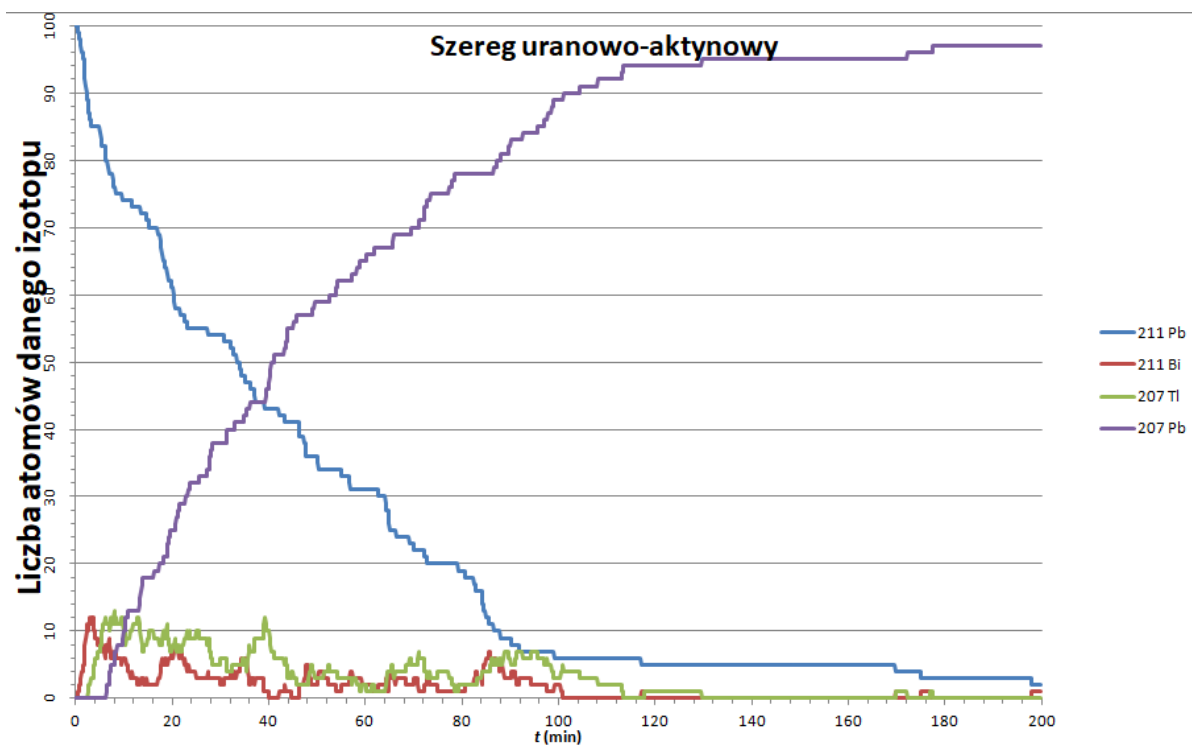
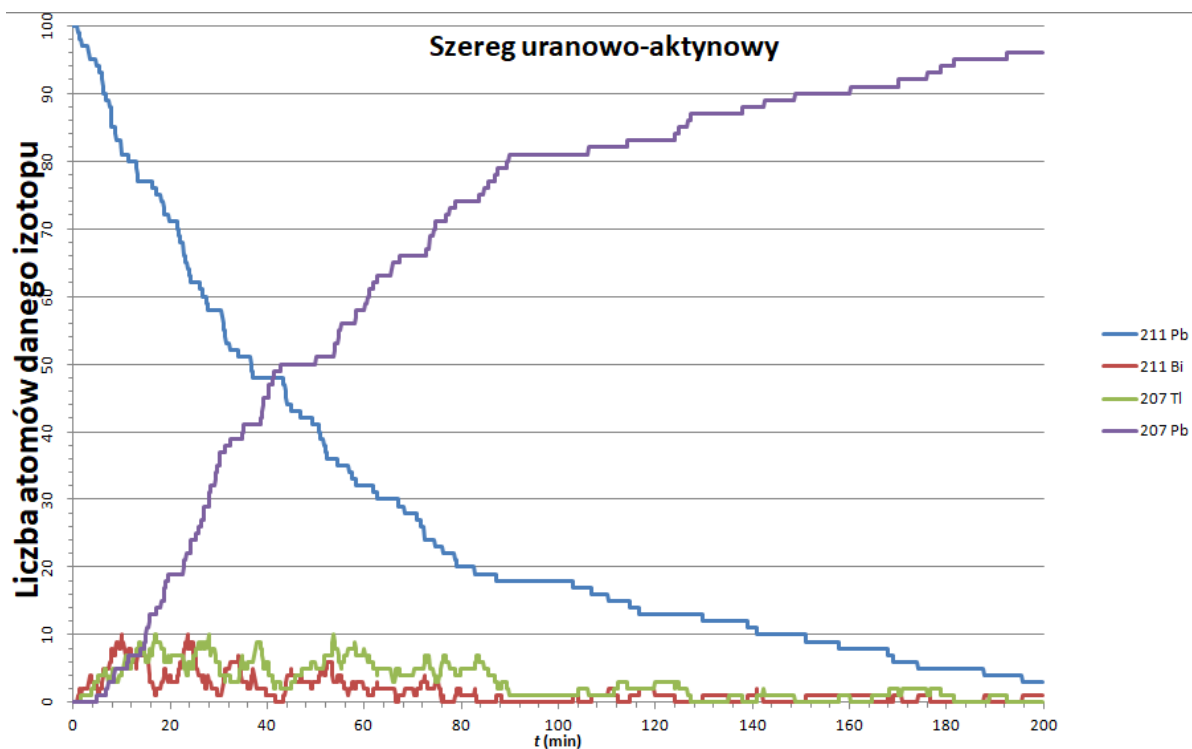
Wykresy dla szeregu uranowo-radowego.

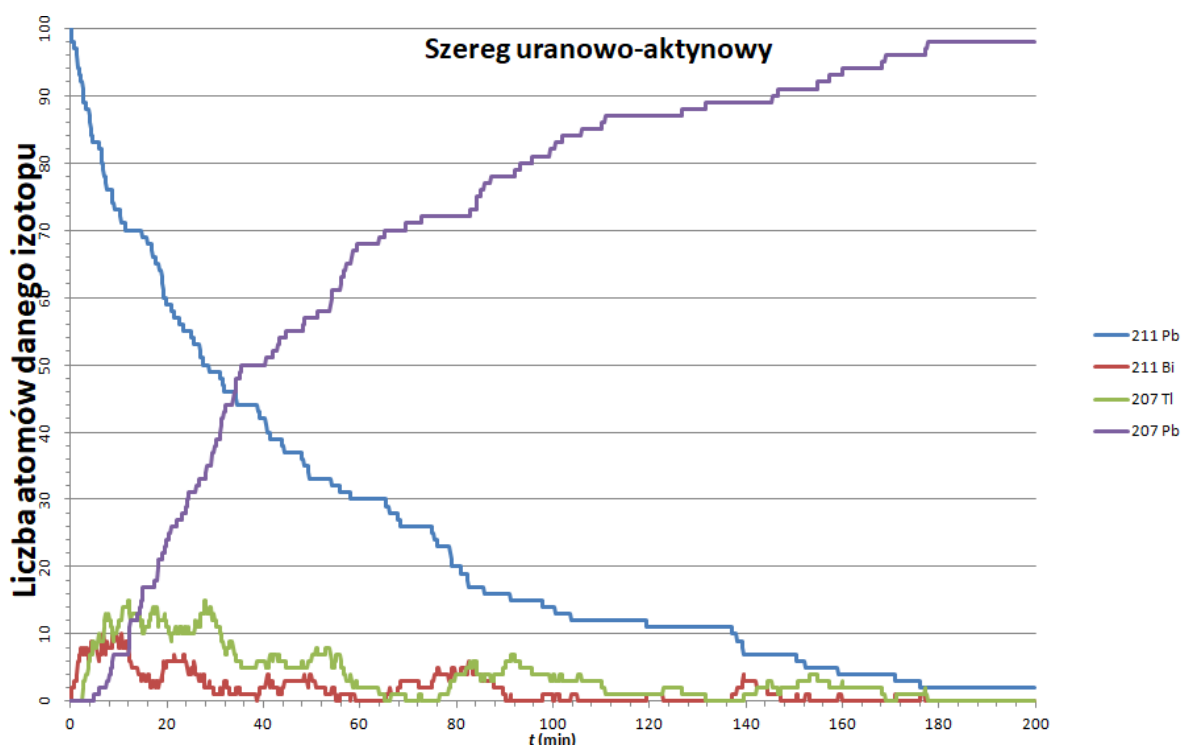
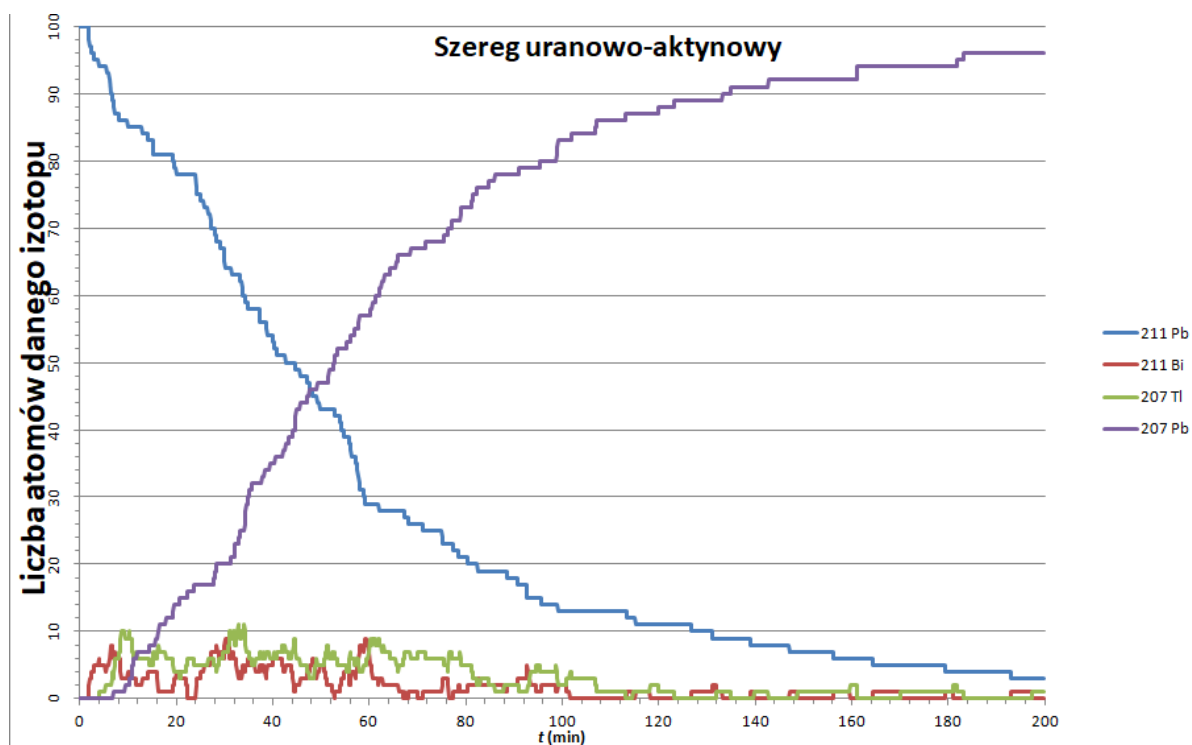






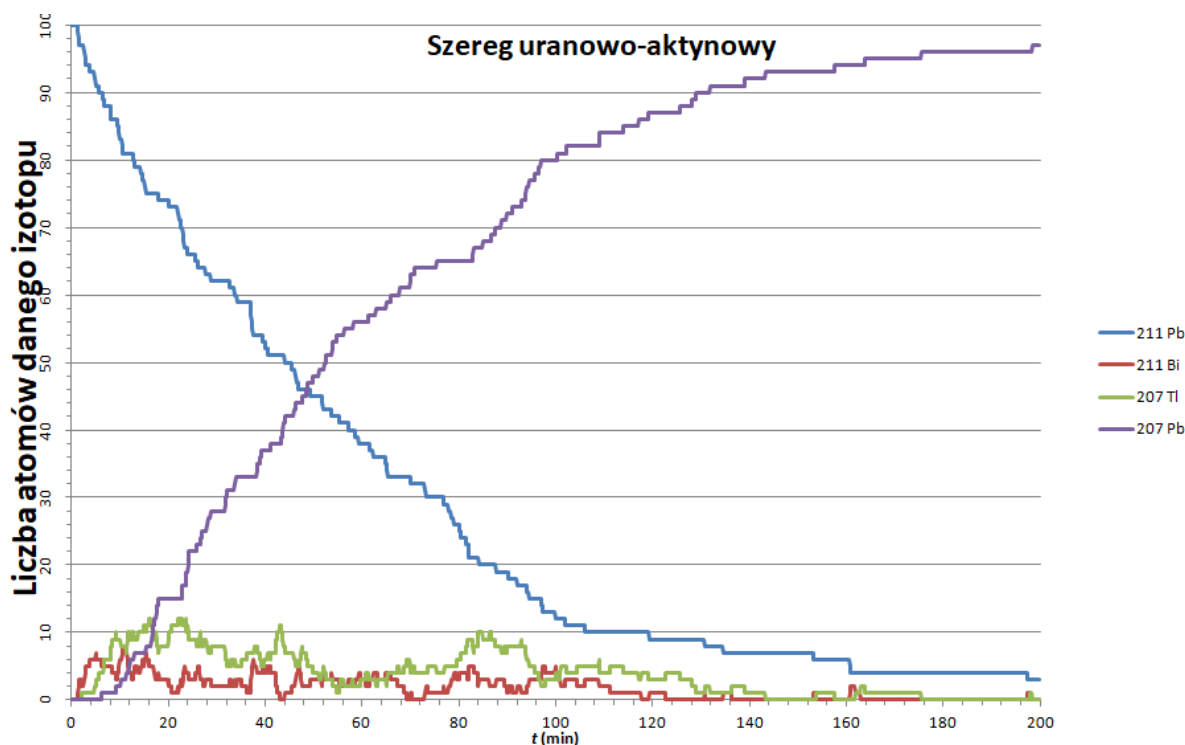
Wykresy dla szeregu uranowo-aktywnego





Omówienie wyników

Z przedstawionych wykresów wynika, że charakter zależności dla danego szeregu jest taki sam, choć wykresy się różnią. W przypadku szeregu uranowo-radowego po czasie $t = T = (50 \pm 10)$ min od otrzymania słoika rzeczywiście praktycznie wszystkie podarowane jądra już uległy rozpadowi, a w środku znajdują się 3 inne izotopy i liczba jąder każdego z nich wynosi około $N_0/3$. Takiej sytuacji nie obserwuje się w przypadku szeregu uranowo-aktynowego. Zatem Sherlock otrzymał w słoiku ^{218}Po .



Na stronie internetowej KGOF znajduje się również [program w języku programowania C++](#) będący implementacją przedstawionego powyżej algorytmu.

Punktacja zadania T4.

- Opis sposobu przeprowadzenia symulacji (algorytm) zgodny z przedstawionym powyżej 4 pkt.
- Opis implementacji algorytmu (np. w postaci arkusza kalkulacyjnego lub programu w języku C) 1 pkt.
- Przedstawienie co najmniej 5 wykresów dla każdego z szeregów. Wykresy powinny być różne, ale o charakterze zgodnym z przedstawionym powyżej. 3 pkt.
- Wniosek, że Sherlock otrzymał w słoiku ^{218}Po 1 pkt.
- Oszacowanie czasu T (np. $T = (50 \pm 10)$ min, zgodne z tym, co otrzymano na wykresie) 1 pkt.

Rozwiązanie zadania D1

Część teoretyczna

Pomysł na rozwiązanie zadania polega na zmierzeniu prędkości granicznych opadania kulek o różnych promieniach w polu grawitacyjnym, a następnie porównaniu otrzymanych zależności z zależnościami przewidywanymi przez oba zaproponowane modele. Kulka o objętości V , gęstości ρ_k i promieniu r opada pod wpływem ziemskiego pola grawitacyjnego g , zatem działająca na nią efektywna siła ciężkości Q , czyli ciężar kulki pomniejszony o siłę wyporu wynosi

$$Q = V(\rho_k - \rho)g = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_k - \rho)g. \quad (24)$$

Gdy opadanie trwa wystarczająco długo, by prędkość kulki osiągnęła wartość graniczną v , zachodzi równowaga siły Q i siły oporu F :

$$Q = F. \quad (25)$$

W przypadku modelu zakładającego przepływ laminarny, równanie 25 przyjmie postać

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_k - \rho)g = F_t = 6\pi\mu r v. \quad (26)$$

Stąd, pierwiastek wartości prędkości granicznej jest wprost proporcjonalny do promienia kulki:

$$\sqrt{v} = \sqrt{\frac{2(\rho_k - \rho)g}{9\mu}} r = Ar, \quad (27)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności A jest równy:

$$A = \sqrt{\frac{2(\rho_k - \rho)g}{9\mu}}, \quad (28)$$

co prowadzi do

$$\mu = \frac{2(\rho_k - \rho)g}{9A^2}. \quad (29)$$

Wartość współczynnika A należy wyznaczyć doświadczalnie.

W przypadku przepływu turbulentnego, równanie 25 przyjmie postać

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_k - \rho)g = F_t = \frac{1}{2}\rho v^2 c_x S = \frac{1}{2}\rho v^2 c_x \pi r^2, \quad (30)$$

zatem w modelu ruchu z przepływem turbulentnym kwadrat wartości prędkości granicznej kulki jest wprost proporcjonalny do promienia kulki:

$$v^2 = \frac{8(\rho_k - \rho)g}{3\rho c_x} r = Br, \quad (31)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności B jest równy:

$$B = \frac{8(\rho_k - \rho)g}{3\rho c_x}, \quad (32)$$

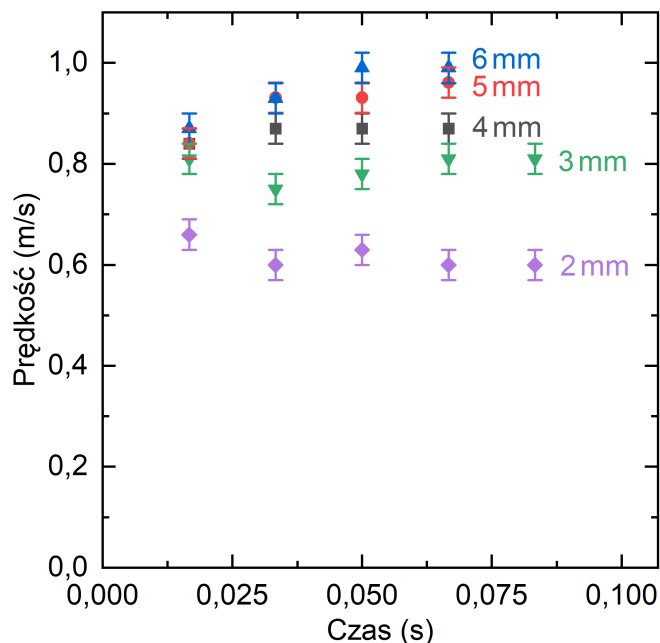
co prowadzi do

$$c_x = \frac{8(\rho_k - \rho)g}{3\rho B}. \quad (33)$$

Część doświadczalna

W celu wyznaczenia parametrów ruchu kulek wykorzystano kamerę wideo wbudowaną w smartfon. Smartfon ustawiono w odległości około 80 cm od walcowego naczynia z wodą. Aby zminimalizować wpływ paralaksy, obiektyw kamery ustawiono na wysokości odpowiadającej połowie wysokości naczynia. Obok naczynia, w tej samej odległości od obiektywu co oś naczynia, ustawiono pionowo linijkę służącą za skalę wysokości. Uruchomiono nagrywanie wideo, a następnie upuszczano kulki z niewielkiej głębokości pod powierzchnią wody dbając o to, żeby nie przylegały do nich pęcherzyki powietrza i aby kulki nie zbliżyły się podczas opadania do ścianki

naczynia. Położenia kulek w kolejnych klatkach nagrania wyznaczano przez porównanie z widoczną na nagraniu skalą linijki. Przyjęto, że niepewność określenia odległości pokonanej przez kulkę pomiędzy kolejnymi klatkami nagrania jest równa jednej podziałce linijki, czyli 1 mm. Korzystając z faktu, że ruch kulek był rejestrowany z szybkością 30 klatek na sekundę, obliczono wartości prędkości chwilowej kulek pomiędzy kolejnymi klatkami, a następnie przedstawiono je na wykresie na rysunku 1.

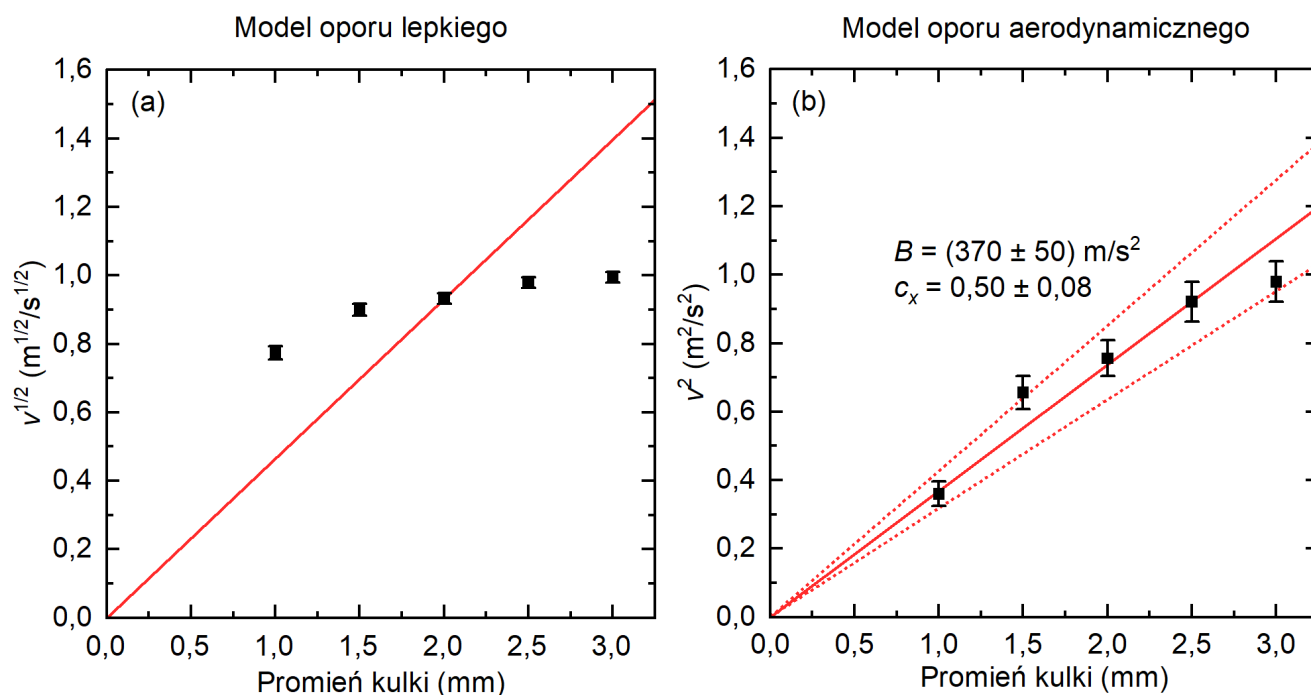


Rysunek 1: Pomiary wartości chwilowej prędkości różnych kulek podczas opadania. Wartości przy kolejnych zestawach danych oznaczają średnicę zrzucanej kulki.

W końcowej fazie ruchu każdej z kulek wartość prędkości pozostawała stała z dokładnością do niepewności pomiaru. Przyjęto, że wartość prędkości granicznej kulki jest równa ostatniej zarejestrowanej wartości prędkości chwilowej. Wartości prędkości granicznych wyznaczone dla kulek o różnych średnicach przedstawiono na dwóch wykresach na rysunku 2. Na pierwszym z nich przedstawiono pierwiastek z wartości prędkości granicznej w zależności od promienia kulki, aby sprawdzić liniową zależność przewidzianą wzorem (27) wynikającą z modelu przepływu laminarnego. Na drugim wykresie przedstawiono kwadrat otrzymanych wartości prędkości granicznych celem sprawdzenia zależności opisanej wzorem (31) wynikającej z modelu przepływu turbulentnego. W obu przypadkach dokonano dopasowania prostej najlepiej odpowiadającej danym pomiarowym. Stwierdzono, że model ruchu z przepływem turbulentnym pozwala znacznie lepiej odtworzyć dane uzyskane podczas eksperymentu.

Odczytano współczynnik kierunkowy B dopasowanej prostej, a następnie korzystając z równania (33) obliczono $c_x = 0,50$. Przyjęto przyspieszenie grawitacyjne $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, gęstość stali $\rho_k = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ oraz gęstość wody $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Następnie, dopasowano proste o skrajnych nachyleniach zgodnych z punktami pomiarowymi i otrzymano skrajne wartości $c_x^{max} = 0,59$ oraz $c_x^{min} = 0,41$. Przyjęto, że niepewność wyznaczenia współczynnika oporu aerodynamicznego kuli jest równa połowie różnicy otrzymanych skrajnych wartości. Współczynnik oporu aerodynamicznego kuli wynosi zatem

$$c_x = 0,50 \pm 0,08. \quad (34)$$



Rysunek 2: Pierwiastek kwadratowy (a) oraz kwadrat (b) wartości prędkości granicznej kulek w zależności od promieni kulek. Proste narysowane linią ciągłą przedstawiają proste najlepszego dopasowania do odpowiednich modeli. Linie przerywane przedstawiają skrajne proste zgodne z punktami pomiarowymi.

Punktacja zadania D1.

- Wyznaczenie relacji promienia kuli do jej prędkości granicznej w obu modelach oporów ruchu (wzory (27) oraz (31) lub równoważne) 4 pkt.
 Pomysł na rozstrzygnięcie, który z modeli lepiej opisuje ruch kulki, na przykład przez dopasowanie prostych 4 pkt.
 Pomysł na wyznaczenie współczynnika c_x lub μ (wzór (29), (33) lub równoważny) .. 2 pkt.
 Opis układu pomiarowego umożliwiającego wyznaczenie prędkości chwilowych kulek 2 pkt.
 Wyznaczenie prędkości granicznych dla co najmniej czterech kulek 2 pkt.
 Określenie, który z podanych modeli lepiej opisuje ruch kulki 2 pkt.
 Wyznaczenie współczynnika c_x lub μ 2 pkt.
 Ocena niepewności otrzymanego wyniku 2 pkt.

Rozwiązanie zadania D2

Część teoretyczna

Równanie dane w treści zadania można sprowadzić do postaci równania prostej poprzez obustronne zlogarytmowanie. Aby uniknąć logarytmowania wielkości mianowanej (wielkości z jednostką

fizyczną), można je uprzednio podzielić obustronnie przez wielkość $u_0 = 1 \text{ V}$:

$$\frac{U}{u_0} = \frac{U_0}{u_0} e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (35)$$

Po obliczeniu logarytmu naturalnego obu stron równania (35), otrzymujemy:

$$\ln\left(\frac{U}{u_0}\right) = \ln\left(\frac{U_0}{u_0}\right) - \frac{t}{RC}. \quad (36)$$

Powyższe równanie ma postać równania prostej, w którym współczynnik kierunkowy A ma postać:

$$A = \frac{-1}{RC}. \quad (37)$$

Po wyznaczeniu – przez dopasowanie prostej – współczynnika kierunkowego A można obliczyć pojemność kondensatora C :

$$C = -\frac{1}{RA}. \quad (38)$$

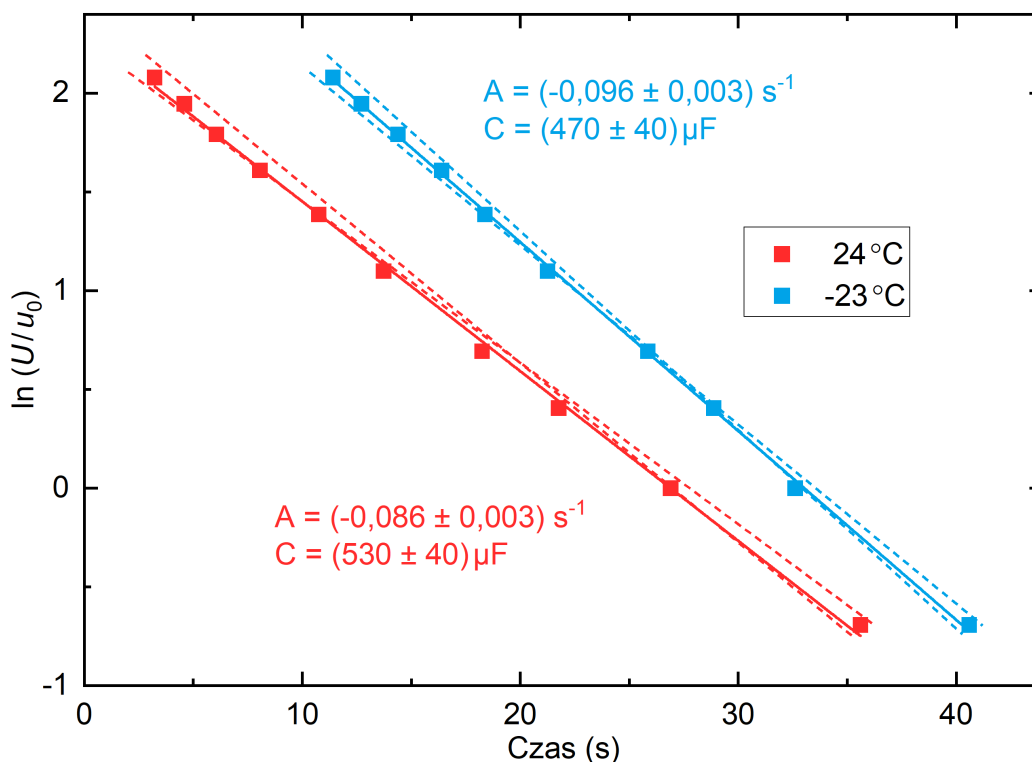
Część doświadczalna

Eksperyment przeprowadzono przy użyciu kondensatora o pojemności znamionowej równej $470 \mu\text{F}$. Wartość opornika dobrano tak, aby zmiany napięcia U w obwodzie RC następowały w skali czasowej umożliwiającej wygodny pomiar stoperem. Wybrano wartość oporu $R = 22 \text{ k}\Omega$, dla której czas charakterystyczny zmian napięcia $R \cdot C \approx 10 \text{ s}$. Kondensator i opornik połączono, otrzymując obwód elektryczny zgodny z rysunkiem przedstawionym w treści zadania. Dodatkowo, do wyprowadzeń kondensatora przy pomocy przewodów o długości około jednego metra podłączono woltomierz. Zmierzono temperaturę w pomieszczeniu otrzymując wynik $T_1 = 24 \text{ }^\circ\text{C}$. Włączono stoper, a następnie podłączono na chwilę baterię do obwodu w pobliżu woltomierza w taki sposób, aby naładować kondensator. Po odłączeniu baterii obserwowano napięcie mierzone przez woltomierz. Przy pomocy stopera notowano chwile czasu, kiedy napięcie osiągało wartości kolejno 8 V , 7 V , 6 V , 5 V , 4 V , 3 V , 2 V , $1,5 \text{ V}$, 1 V oraz $0,5 \text{ V}$. Przyjęto, że niepewność określenia chwil czasu, w których były osiągnane kolejne napięcia jest równa typowemu czasowi reakcji człowieka, czyli $0,3 \text{ s}$.

Procedurę powtórzono po umieszczeniu kondensatora i opornika w zamrażalniku w taki sposób, aby nieodizolowane elementy obwodu elektrycznego nie dotykały wnętrza zamrażalnika. W zamrażalniku umieszczono też termometr. Przed odczytaniem temperatury i przystąpieniem do pomiarów szybkości rozładowania kondensatora odczekano kilkanaście minut, aby elementy doświadczalne osiągnęły temperaturę wnętrza zamrażalnika. Zmierzona temperatura w zamrażalniku wyniosła $T_2 = -23 \text{ }^\circ\text{C}$.

Wyniki pomiarów w obu temperaturach przedstawia rysunek 3. Niepewność określenia chwil czasu w których napięcie osiągało kolejne wartości mieści się w szerokości symboli naniesionych punktów pomiarowych. Do obu otrzymanych zależności dopasowano prostą najlepszego dopasowania oraz proste o skrajnych nachyleniach zgodne z punktami pomiarowymi. Obliczono ich współczynniki kierunkowe, a następnie na podstawie wzoru (38) obliczono pojemność kondensatora w temperaturze $T_1 = 24 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$C_1 = (530 \pm 40) \mu\text{F}. \quad (39)$$



Rysunek 3: Wyniki pomiarów napięcia kondensatora w zależności od czasu.

oraz w temperaturze $T_2 = -23^\circ\text{C}$:

$$C_2 = (470 \pm 40) \mu\text{F}. \quad (40)$$

Niepewności wyników końcowych obliczono jako połowę różnicy między wartościami pojemności obliczonymi dla prostej o największym nachyleniu, dla wielkości oporu powiększonej o niepewność związaną z klasą oporu opornika oraz dla prostej o najmniejszym nachyleniu, dla wielkości oporu pomniejszonej o niepewność związaną z klasą oporu opornika.

KOMENTARZ: Wielkość niepewności pojemności C_1 oraz C_2 sugeruje, że nie można rozstrzygnąć, która z tych dwóch wielkości jest większa. Jednakże, znaczny wkład do niepewności wyników końcowych jest związany z klasą dokładności użytego opornika. Zakładając, że wartość oporu opornika jest znana dokładnie, można otrzymać $C_1 = (530 \pm 20) \mu\text{F}$ oraz $C_2 = (470 \pm 20) \mu\text{F}$, co oznaczałoby, że pojemność C_1 jest większa, niż pojemność C_2 . Warto zauważyć, że oba pomiary zostały wykonane przy użyciu tego samego opornika. Odchylenie jego oporu od wartości znamionowej powoduje, że pomiar pojemności C_1 oraz C_2 jest w obu przypadkach zawyżony (lub w obu przypadkach zaniżony) o podobną wartość. W takiej sytuacji mówimy, że niepewności wyznaczenia C_1 oraz C_2 są skorelowane.

Punktacja zadania D2.

Pomysł na metodę pomiaru pojemności kondensatora oraz wybór wartości oporu opornika 3 pkt.

Pomysł na wyznaczenie wartości pojemności kondensatora (wzory (36) oraz (38) lub równoważne) 3 pkt.

Opis układu pomiarowego oraz metody pomiaru napięcia kondensatora w zależności od czasu	3 pkt.
Pomiar temperatur z uwzględnieniem warunku dojścia układu do równowagi termicznej	1 pkt.
Wykonanie co najmniej 5 pomiarów napięcia dla obu temperatur	4 pkt.
Wyznaczenie pojemności kondensatora w obu temperaturach	4 pkt.
Ocena niepewności otrzymanych wyników	2 pkt.

Rozwiązanie zadania D3

Część teoretyczna

Przepływ cieczy Q można wyznaczyć przez zmierzenie czasu t potrzebnego do napełnienia naczynia o znanej objętości V . Przepływ wynosi wtedy

$$Q = \frac{V}{t}. \quad (41)$$

Równanie dane w treści zadania można sprowadzić do postaci równania prostej poprzez obustronne zlogarytmowanie. Aby uniknąć logarytmowania wielkości mianowanej (wielkości z jednostką fizyczną), można je uprzednio podzielić obustronnie przez $d_0 = 1$ cm:

$$\frac{D}{d_0} = \frac{D_0}{d_0} \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^\alpha. \quad (42)$$

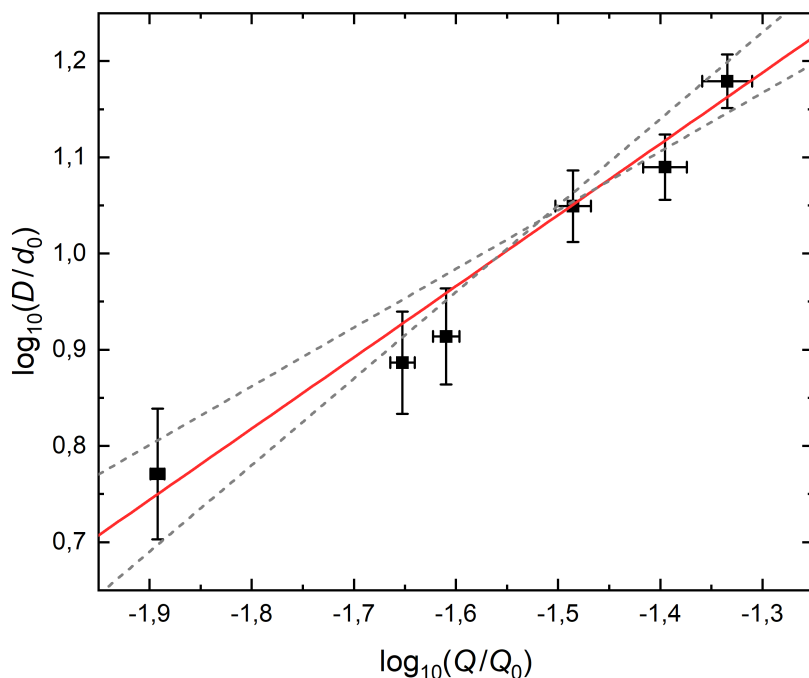
Logarytmując, otrzymujemy równanie prostej, w którym współczynnikiem kierunkowym jest parametr α :

$$\log_{10} \left(\frac{D}{d_0} \right) = \alpha \log_{10} \left(\frac{Q}{Q_0} \right) + \log_{10} \left(\frac{D_0}{d_0} \right). \quad (43)$$

Część doświadczalna

Szklaną brytfankę o płaskim dnie położono do góry dnem w umywalce w taki sposób, aby strumień wody trafiał w środek brytfanki i aby woda spływała równomiernie we wszystkich kierunkach. W celu wyznaczenia przepływu wody użyto szklanki o pojemności 400 ml. Przy użyciu stopera mierzono czas potrzebny do jej napełnienia, a następnie obliczano przepływ, korzystając z równania (41). Niepewność określenia czasu napełniania szklanki oszacowano przez kilkukrotne powtórzenie pomiaru dla jednej z wartości przepływu i otrzymano wartość 0,3 s. Średnicę D okręgu, na którym następuje zmiana charakteru ruchu wody, mierzono poprzez przyłożenie linijki jak najbliżej jego średnicy, ale w taki sposób, aby nie zaburzyć strumienia wody. Każdy pomiar powtarzano trzykrotnie, zmieniając kierunek przyłożenia linijki, a otrzymane wartości pomiaru uśredniano. Na podstawie rozrzutu wyników pomiarów niepewność pomiaru średnicy D określono na 1 cm. Procedurę powtórzono dla kilku różnych wartości przepływu cieczy, a otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 4.

Na podstawie dopasowania najlepszej prostej do danych pomiarowych wyznaczono równanie prostej:



Rysunek 4: Wyniki pomiaru średnicy okręgu określonego granicą zmiany charakteru przepływu cieczy przedstawione w zależności od wartości przepływu.

$$\log_{10}\left(\frac{D}{d_0}\right) = 0,74 \log_{10}\left(\frac{Q}{Q_0}\right) + 2,15. \quad (44)$$

Dopasowano także proste o skrajnych nachyleniach:

$$\log_{10}\left(\frac{D}{d_0}\right) = 0,61 \log_{10}\left(\frac{Q}{Q_0}\right) + 1,96 \quad (45)$$

oraz

$$\log_{10}\left(\frac{D}{d_0}\right) = 0,90 \log_{10}\left(\frac{Q}{Q_0}\right) + 2,40. \quad (46)$$

Otrzymana wartość wykładnika α wynosi zatem:

$$\alpha = 0,74 \pm 0,15. \quad (47)$$

Niepewność wykładnika α obliczono jako połowę różnicy wartości α otrzymanych dla prostych o największym oraz najmniejszym nachyleniu.

Punktacja zadania D3.

- Pomysł na pomiar przepływu cieczy (wzór (41) lub równoważny) 2 pkt.
- Pomysł na wykorzystanie logarytmowania do wyznaczenia wykładnika α (wzór (43) lub równoważny, wprowadzenie wielkości d_0 nie jest wymagane) 4 pkt.
- Opis układu pomiarowego umożliwiającego wyznaczenie średnicy D 2 pkt.
- Wykonanie pomiarów średnicy D dla co najmniej 5 różnych wartości przepływu 4 pkt.
- Powtarzanie pomiaru średnicy D w różnych kierunkach 2 pkt.
- Wyznaczenie wykładnika α 4 pkt.
- Ocena niepewności wyznaczenia wykładnika α 2 pkt.