LXXII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZAWODY III STOPNIA

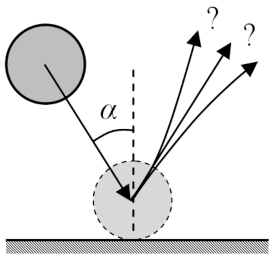
CZĘŚĆ TEORETYCZNA, 16.04.2023

Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 20 punktów.

Zadanie 1

Jednorodna kula o masie m i promieniu r toczyła się z prędkością v_0 po poziomej powierzchni bez poślizgu, a oś jej obrotu była pozioma. W pewnym momencie kula uderzyła pod kątem α w gładką pionową ścianę i odbiła się od niej sprężyście. Ponieważ ściana była gładka, między kulą a ścianą nie wystąpiło tarcie. Po odbiciu przez jakiś czas kula ślizgała się po podłożu i występujące przy tym tarcie kinetyczne należy uwzględnić. Współczynnik tego tarcia jest równy f. Odbicie od ściany trwało znacznie krócej niż poślizg kuli po odbiciu. Pomiń tarcie toczne i opór powietrza.

a) Czy tor kuli po odbiciu będzie prostoliniowy, czy wygięty w stronę od ściany, czy wygięty do ściany? Załączony rysunek przedstawia sytuację od góry.



b) Wyznacz kierunek i wartość prędkości kuli po ustaniu poślizgu.

Uwagi:

Moment pędu jest wektorem, i dla kuli, względem jej środka masy jest równy

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

gdzie I jest momentem bezwładności kuli względem środka masy, równym $\frac{2}{5}mr^2$, natomiast $\vec{\omega}$ jest wektorem prędkości kątowej: jego długość jest równa prędkości kątowej obrotu, kierunek jest kierunkiem osi obrotu, a zwrot jest dany regułą śruby prawoskrętnej.

Druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego ma postać

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M},$$

gdzie $\vec{M}$ jest wypadkowym momentem siły; w przypadku wielu sił $\vec{F}_i$ działających na dany obiekt jest on równy

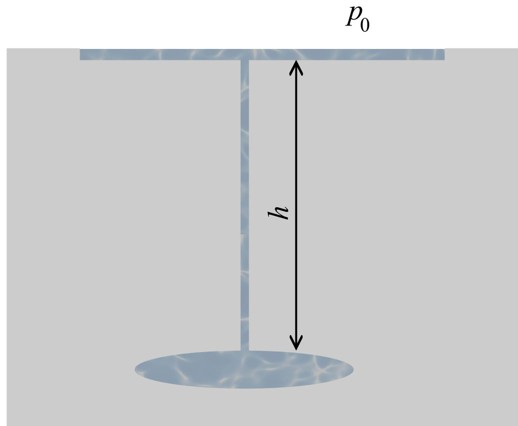
$$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i,$$

gdzie $\vec{r}_i$ jest wektorem o początku w punkcie, względem którego liczymy $\vec{M}$, oraz końcu w punkcie zaczepienia siły $\vec{F}_i$.

Powyżej $\times$ jest iloczynem wektorowym; mamy: $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = |\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| |\sin\theta|$, gdzie θ jest kątem między wektorami $\vec{a}$ i $\vec{b}$; wektor $\vec{a} \times \vec{b}$ jest prostopadły do $\vec{a}$ oraz $\vec{b}$, a jego zwrot jest dany przez regułę śruby prawoskrętnej (obracamy od $\vec{a}$ do $\vec{b}$). Dla iloczynu wektorowego obowiązuje zwykła reguła różniczkowania iloczynu: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) = \frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t} \times \vec{b} + \vec{a} \times \frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t}$

Zadanie 2

Rozważmy następujący model podwodnego gejzera.



Na głębokości h poniżej powierzchni bardzo płytkiego jeziora, w skałach, znajduje się jaskinia (zbiornik) całkowicie wypełniona wodą. Skały otaczające zbiornik mają temperaturę T_s. Te skały podgrzewają wodę w zbiorniku i w pewnym momencie zaczyna ona wrzeć. Para wodna całkowicie wypycha wodę z kanału łączącego jaskinię z jeziorem i wtedy następuje gwałtowne odparowanie części wody w zbiorniku, widoczne jako erupcja gejzera.

Ciśnienie powietrza tuż nad powierzchnią jeziora wynosi p_0, a temperatura wody w jeziorze jest równa T_j. Wysokość zbiornika jest znacznie mniejsza niż h. Objętość kanału łączącego jaskinię z jeziorem jest pomijalnie mała w porównaniu z objętością zbiornika, jest on jednak na tyle szeroki, że nie stawia oporu wylatującej parze. W trakcie erupcji woda z jeziora nie wpływa do kanału. Uwzględnij, że gęstość pary jest znacznie mniejsza niż gęstość wody. Przyjmij, że z gejzera wylatuje tylko para.

a) Jaka musi być temperatura T_s, aby opisane zjawisko mogło zajść?

b) Przyjmując, że w trakcie erupcji gejzera, wylatuje z niego masa m pary wodnej, wyznacz minimalną

ilość wody zgromadzonej w rozważanej jaskini tuż przed erupcją gejzera.
Pomiń ciepło dostarczane wodzie w trakcie erupcji.

c) Po erupcji ciśnienie w zbiorniku spada i woda z jeziora ponownie wypełnia zbiornik. Wiedząc, że odstęp czasu między erupcjami wynosi Δt, wyznacz średnią moc ciepła dostarczanego do wody.

Ciśnienie pary nasyconej o temperaturze T jest w rozpatrywanej sytuacji z dobrym przybliżeniem równe

$$p_\mathrm{w}(T) = p_0 \mathrm{e}^{\frac{L_\mathrm{m}}{R}\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)},$$

gdzie R jest uniwersalną stałą gazową, L_m molowym ciepłem parowania wody pod ciśnieniem p_0, T_0 to temperatura wrzenia wody pod ciśnieniem p_0. Przyjmij, że gęstość wody nie zależy od temperatury i jest równa ρ. Przyjmij również, że ciepło właściwe wody nie zależy od temperatury (w zakresie występujących temperatur) i jest równe c_w.

Masa molowa wody wynosi M_w, przyspieszenie grawitacyjne g.

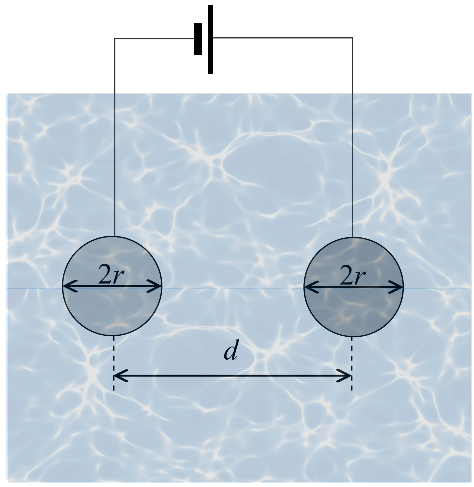
Podaj wyniki liczbowe przyjmując h = 200 m, L_m = 41 kJ/mol, T_0 = 373 K, R = 8,3 J/mol·K, c_w = 4,2 kJ/(kg·K), M_w = 18 g/mol, g = 10 m/s^2, ρ = 1000 kg/m^3, $m = 50 \cdot 10^3$ kg, $\Delta t = 1$ h, $T_\mathrm{j} = 293$ K, $p_0 = 1000$ hPa.

Zadanie 3

Dwie metalowe kulki o promieniu r każda są zanurzone w dużym zbiorniku ze słoną wodą o przewodnictwie właściwym σ i przenikalności dielektrycznej ϵ. Kulki są podłączone za pomocą cienkich, izolowanych przewodów do baterii, a ich środki są odległe o d – patrz rysunek. Napięcie między nimi jest równe U.

Przyjmując, że pole elektryczne na zewnątrz kulek jest takie, jak pole od ładunków punktowych znajdujących się w środku tych kulek, wyznacz natężenie prądu płynącego przez wodę. Wynik przedstaw z dokładnością do wyrazów liniowych w $\frac{r}{d}$, tzn. w postaci $A(1+B\frac{r}{d})$, gdzie A oraz B nie zależą od $\frac{r}{d}$; oznacza to pominięcie wyrazów rzędu $\frac{r^2}{d^2}$.

Podaj wynik liczbowy dla U = 5 V, d = 0,1 m, r = 0,01 m, $\sigma = 10^{-2}$ $1/(\Omega\cdot\mathrm{cm}) = 1{,}0\ /(\Omega\cdot\mathrm{m})$ $\epsilon = \epsilon_w\cdot\epsilon_0$ gdzie $\epsilon_w = 80$, $\epsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ A^2·s^4/ (kg · m^3)



Uwagi:

1. Pole elektryczne pochodzące od punktowego ładunku q znajdującego się w jednorodnym ośrodku o przenikalności dielektrycznej ϵ jest dane wzorem

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

gdzie $\vec{r}$ jest wektorem od ładunku do punktu, w którym badamy pole elektryczne.

2. Gęstość prądu (czyli natężenie prądu na jednostkę powierzchni) w ośrodku o przewodnictwie właściwym σ, w punkcie, w którym pole elektryczne wynosi $\vec{E}$, jest równe $\sigma\vec{E}$. To oznacza, że natężenie prądu płynącego przez mały element powierzchni A, prostopadły do $\vec{E}$, jest równe σAE.

3. Ścianki i powierzchnia wody w zbiorniku są w znacznie większej odległości od kulek, niż odległość miedzy nimi.

4. Pole elektryczne pochodzące od przewodów można zaniedbać (wynika to z tego, że są one cienkie).

5. Dla $|x| < 1$ zachodzi:

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \ldots$$